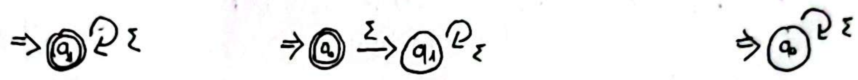
אוטומטים - לזכור!

* סגור קלין $L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$ = איחוד של כל החזקות של השפה. $\varepsilon \in L^*$ תמיד.
* סגור חיובי $L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$ = איחוד החזקות החל מ-1, כדי ש-ε יהיה בשפה הוא חייב להיות ב-L. $\varepsilon \in L^+ \Leftrightarrow \varepsilon \in L$
* קבוצת כל המילים מעל Σ היא Σ^*, כל שפה מעל Σ מוכלת ב-Σ^*
* תכונות השרשור: $(w_1 \cdot w_2)\cdot w_3 = w_1\cdot(w_2\cdot w_3)$, $|w_1\cdot w_2| = |w_1|+|w_2|$
* איבר היחידה ביחס לשרשור שפות (כאשר האיבר הקודם בשרשור) הוא ε בלבד!, $L\cdot\emptyset=\emptyset$
* $(L_1\cup L_2)L_3 = L_1L_3\cup L_2L_3$, ... , $(L_1\cap L_2)L_3 \neq L_1L_3\cap L_2L_3$, $(L_1L_2)^* \neq L_1^*L_2^*$
* א"ב הוא תמיד קבוצה סופית, אורך של מילה הוא תמיד סופי, שפות יכולות להיות סופיות או אינסופיות.
* אוטומט סופי = מודל חישוב שיש לו זיכרון סופי ואין לו אמצעי עזר נוסף. יש לו מס' סופי של מצבים.
* אוטומט סופי דטרמיניסטי = אוטומט "שמתנהג" תמיד אותו הדבר. לכל אות יש אפשרות אחת לעבור בה.
* השפה הריקה ϕ רגולרית, השפה $\{\varepsilon\}$ רגולרית, השפה Σ^* רגולרית. אוטומטים המקבלים אותם:



* לכל $\sigma\in\Sigma$ השפה $\{\sigma\}$ רגולרית, לכל $w\in\Sigma^*$ השפה $\{w\}$ רגולרית.
וגם השפה שמכילה את כל המילים ש-w היא סיפא שלהן, וגם השפה שמכילה את כל המילים שמתחילות ב-w
וגם השפה שמכילה את כל המילים ש-w היא תת מילה שלהן.
* שפה סופית בהכרח רגולרית, שפה אינסופית יכולה להיות רגולרית ויכולה להיות לא רגולרית.
* לכל 2 מילים קיימת שפת כל המילים ש-w_1 תחילית וגם w_2 סופית שלהן רגולרית.
* שפת כל המחרוזות הבינאריות שמייצגות מס' שמתחלק ב-3 (בלי הובלה/מודולו) היא שפה רגולרית.
* א"ד דטרמיניסטי - בשונה מאוטומט דטרמיניסטי שבו עבור מילה נתונה כל מעבר הוא מוגדר באופן חד ערכי.
באוטומט א"ד דטרמיניסטי בהינתן קריאת אות יתכנו מס' מעברים (כולל 0).
כלומר מס' הקשתות מכל מצב ≥ 0, בנוסף יתכנו מעברי ε, כלומר לאוטומט יש אפשרות בחירה - אי אפשר לצפות מראש.
- נאמר שמילה מתקבלת ע"י אוטומט אם קיים עבודה חישוב המובילה למצב מקבל.
באוטומט א"ד מילה יכולים להיות יותר ממסלול אחד או 0 שמובילים לקבלת המילה. אוטומט מקרה פרטי של אוטומט א"ד.
אוטומט לא מתעך את כח החישוב. (כי ניתן להמיר אוטומט לאוטומט ע"י הוספת מצב בור).
- א"ד דטרמיניזם ומעברי אפסילון אינם משנים את הכח החישובי של האוטומט.
* נאמר שאוטומטים שקולים אם הם מקבלים את אותה שפה. לכל אוטומט א"ד קיים אוטומט שקול.
* לכל אוטומט קיים אוטומט שקול עם מצב מקבל יחיד אשר אין ממנו קשתות יוצאות.
* השפה $\{i,j$ טבעיים [illegible] $\mid a^ib^kc^m\}$ רגולרית.
* לכל שפה רגולרית לא ריקה L שאינה מכילה את ε קיים אוטומט ללא מעברי ε, A, שיש לו מצב מקבל יחיד כך ש-$L(A)=L$
* השפה "a^nb^n" חח"ה, אמנם השפות החח"ה אינן סגורות למשלים, אבל המשלים של השפה הזאת הוא איחוד של שתי שפות חח"ה ($\{a^mb^n \mid m\neq n\} \cup$ [illegible]) ולכן המשלים של השפה הזו שפה חח"ה.
* לשפה רגולרית יש מס' סופי של מחלקות שקילות. (וגם יש לפחות מחלקת שקילות אחת אינסופית).
* לשפה לא רגולרית יש אינסוף מחלקות שקילות.
* דקדוק חד משמעי - אפשר לגזור כל מילה בצורה אחת בלבד. דו משמעי - יש לפחות מילה אחת עם 2 גזירות.
* מס' מצבים באוטומט חסום ב-2^n, מס' מצבים באוטומט המכפלה $n\cdot m$
* שפה שאין לה אוטומט מחסנית דטרמיניסטי - בוודאות היא חח"ה שאינה רגולרית.
* כל אוטומט מחסנית דטרמיניסטי אפשר להפוך ללא דטרמיניסטי אבל לא להפך.
* עץ הגזירה של חומסקי הוא בינארי ועומקו עבור המילה w - בין $\log_2(|w|)$ ל-[illegible] ומתאים: $\{S\to AB,\ A\to a|\varepsilon\}$
* דקדוק של גרייבך - ניתן לגשר אותו עבור שפות שלא מכילות את ε, אורך הגזירה = אורך המילה = $|w|$.

המון משפטים ודברים שחשוב לזכור!

* מעל אלפבית שיש בו סמל אחד בלבד, כל שפה ח"ה היא רגולרית
- אם באלפבית יש רק סמל אחד אז שפה היא ח"ה ⇔ היא רגולרית.
* נתונה השפה L מעל האלפבית {a} - ושו המילה a שייכת לשפה L - השפה L^* רגולרית.
* אוט' יקראו דטרמיניסטי' אם מכל מצב יש בדיוק מעבר 1 לכל אות.
אוטומט מחסנית יקרא דטרמיניסטי אם יש לכל היותר מעבר 1 לכל אות (יתכן ש 0 מעברים).
* בשלמות אוטומט מכפלה ניתן להוכיח: - רגולרית ∪ רגולרית היא שפה רגולרית
- רגולרית ∩ ח"ה היא שפה ח"ה. - רגולרית - ח"ה היא שפה ח"ה. ($L-R$, $L\cap R$, $R\cup R$).
* שפות רגולריות הן קבוצה שלמה של קשרים וכן הן סגורות לכל הפעולות הבוליאניות.
* אם G היא דקדוק בצורה הנורמלית של חומסקי אז אורכו של קוד המילה הוא $2|w|-1$
* במקרה שהשפה L היא סופית למת הניפוח מתקיימת באופן ריק.
* אם L_1 רגולרית ו-L_2 שפה כלשהי אז L_1-L_2 ו: L_2-L_1 לא רגולריות. - לא תמיד נכון.
* אם L היא שפה שאינה רגולרית, ו-F היא שפה סופית, אזי $L\cup F$ היא שפה רגולרית.
* חיתוך של שפה כלשהי עם שפה סופית היא בהכרח סופי (ובמובן רגולרי).
* אם L_1 סופית ו-L_2 שפה כלשהי אז L_1-L_2 ~~...~~ סופית ומכאן גם רגולרית. $R-L\equiv R\cap\bar{L}$
* שפות סופיות סגורות לאיחוד, חיתוך, שרשור, חזרה (היפוך), הפרש, אבל לא סגורות לכוכב ומשלים.
* כאשר נתונות 2' שפות עם mod ... $\{w \mid (\#_a(w) \bmod m) = (\#_b(w) \bmod n)\}$ אז מס' מחלקות השקילות הוא nm.
* תהי R שפה רגולרית ו-L_1 שפה כלשהי, אז R/L רגולרית.
* אם L רגולרית אז מס' מחלקות השקילות סופי.
* אם מס' מחלקות השקילות סופי אז L רגולרית.
* שפות הנוצרות ע"י דקדוק לינארי אינן בהכרח רגולריות.
* אם מילה התקבלה ע"י עץ גזירה היא מילה חד משמעית, כאשר כי יש לה עץ גזירה אחד.
* לכל עץ גזירה בדקדוק G מתאימה בדיוק גזירה שמאלית ביותר אחת.
* דקדוק G יקרא רב משמעי אם קיימת מילה w שיש לה שני עצי גזירה שונים. אחרת הדקדוק יקרא חד משמעי.
* לא תמיד שפה יהיה דקדוק רב משמעי ודקדוק חד משמעי.
* שפות רב משמעיות הן שפות שכל דקדוק עבורן הוא רב משמעי.
* נאמר שדקדוק הוא בצורה הנורמלית של חומסקי אם כל הכללים בו מצורה $A\to\alpha$ או $A\to BC$
* נאמר שדקדוק הוא בצורה הנורמלית של גרייבך אם כל הכללים הם מצורה $A\to a\alpha$
* כל שפה ח"ה כך ש: $\varepsilon\notin L$ ניתנת לייצור ע"י דקדוק בצורה הנורמלית של חומסקי.

בס"ד

אוטומטים - סיכום

* כיצד מוכיחים רגולריות:
- אוטומט
- ביטוי רגולרי
- דקדוק רגולרי
- מס' סופי של מחלקות שקילות
- תכונות סגירות

שפות רגולריות - מה שמסומן ב~ הם סגירות של שפות סופיות.

* כיצד מוכיחים אי רגולריות:
- משפט נרוד
- למת הניפוח לשפות רגולריות
- תכונות סגירות

* כיצד מוכיחים ששפה חסרת הקשר:
- אוטומט מחסנית
- דקדוק חסר הקשר
- סגירויות.
- רגולריות (ח"ה מוכל ברגולרי).

* דרכים להפרכת ח"ה:
- למת הניפוח לשפות ח"ה.

* כללים בדקדוקים:
- דקדוק יקרא רגולרי אמ"מ הוא או לינארי ימני או לינארי שמאלי ורק סוג אחד.
- שפה נוצרת ע"י דקדוק רגולרי ימני אמ"מ היא נוצרת ע"י דקדוק רגולרי שמאלי. כלומר, יש לשפה רגולרית ניתן לבנות לה גם דקדוק לינארי ימני וגם דקדוק לינארי שמאלי.
- אפשר לבנות שפה רגולרית גם באמצעות דקדוק לא רגולרי.
- דקדוק שהוא גם לינארי שמאלי וגם ימני לא מהווה רגולרי.
- באמצעות דקדוק ח"ה ניתן לייצר שפות ח"ה או שפות רגולריות.

* למת הניפוח לשפות רגולריות -
תהי L שפה רגולרית, אז קיים מס' טבעי n כך שלכל מילה w בשפה שאורכה לפחות n ניתן לפרק לצורה $w=xyz$ כך שמתקיים:
1. $n \ge |xy|$ (כלומר יש קבוע שנמצא בn האותיות הראשונות)
2. $|y| \ge 1$ ($y\neq\varepsilon$ אבל יכול $x=\varepsilon$ או $z=\varepsilon$)
3. לכל $0 \le k$ המילה xy^kz שייכת לשפה L.

הערה: כאשר נרצה להוכיח ששפה L לא רגולרית נניח שהשפה רגולרית בשלילה ולכן המילה צריכה להתקיים עבורה. יהי n הקבוע מהלמה, נבחר מילה מתוך השפה שאורכה $\ge n$ ונראה שהיא לא בשפה.

* סגירויות של שפות רגולריות:
- איחוד, • שרשור, • איטרציה
- היפוך (רברס), • חיתוך
- משלים, • הפרש, • הפרש סימטרי

* סגירויות של שפות לא רגולריות:
- משלים, • היפוך

* סגירויות של שפות ח"ה:
- איחוד, • שרשור, • איטרציה
- היפוך, • חיתוך עם שפה רגולרית
- הפרש עם שפה רגולרית

* סוגי דקדוקים:

0 - דקדוק כללי - אין הגבלות
דוג': $S \to aBCc$
$aAb \to aC$

1 - תלוי הקשר - הקיצור אסור
$S \to A$ $\quad |S| \le |A|$
$aS \to bAa$

2 - ח"ה - בצד שמאל יש רק משתנה בצורה כזו
$S \to aSb$

3 - דקדוק רגולרי - רגולרי ימני או רגולרי שמאלי
לינארי ימני - $A \to aB \mid a$
לינארי שמאלי - $A \to Ba \mid a$

היררכיה: $3 \subseteq 2 \subseteq 1 \subseteq 0$

ההיררכיה של חומסקי

* למת הניפוח לשפות ח"ה -
תהי L שפה ח"ה ולכן קיים מס' טבעי n כך שכל מילה z ב-L שאורכה לפחות n ניתנת לפירוק מהצורה $z=uxvyw$ כך:
1. $n \ge |xvy|$
2. $|xy| \ge 1$ (יוצא שu או v או w יכולים להיות ε).
3. לכל $0 \le i$ מתקיים: $ux^ivy^iw \in L$

הערה: קבוע הלמה אינו שהמרחק בין החלקים לניפוח חייב להיות קטן או שווה לקבוע הלמה. הn המינימלי של הלמה הוא מינימום מס' התאים בעלה.

* דוגמאות לשפות רגולריות:
- a^*b^*, • a^ib^j
- $\{a^ib^j \mid i \bmod(m) = j \bmod(k)\}$
- $\phi, \{\varepsilon\}, \Sigma^*, a^*, \varepsilon$
- כל שפה סופית

* דוגמאות לשפות ח"ה:
- $\{a^nb^m \mid m>n\}$
- $\#_a(w) \neq \#_b(w)$ (שוויון מחרוזים)
- $\{a^nb^nc^md^m\}$
- $\{a^ia^jb^ic^j\}$
- $a^nb^n, a^{2n}b^n, a^nb^{n+1}$
- wcw^R
- $\{a^ib^jc^md^n \mid i+j=m+n\}$

* דוגמאות לשפות לא ח"ה:
- ww
- $a^nb^nc^n$
- $\{a^nb^mc^nd^m\}$
- $a^{n!}$
- a^{n^2}, a^{2^n}

* שפות מיוחדות:
- $\{a\}^* \cup \{b^ia^{k^2} \mid k \in \mathbb{N}\}$ - לא רגולרית אבל מקיימת את הלמה.
- $\{w \mid \#_{ab}(w) = \#_{ba}(w)\}$ - שפה רגולרית

* כדי להוכיח שחלוקה של Σ^* למחלקות מתאימה למחלקות השקילות של $\equiv_L$ צריך להוכיח:
1. אי ריקות
2. זרות (החיתוך ריק).
3. השלמה - האיחוד הוא Σ^*
4. לא קיימת מילה מפרידה - כל המילים באותה מחלקה שקולות זו לזו.
5. קיימת מילה מפרידה - כל שתי מילים ממחלקות נפרדות לא שקולות זו לזו.

חשוב לזכור!

* כאשר רוצים שעבור כל שפה מסוימת שתהי מקיימת את התנאי, חשוב לקחת n גדול מספיק כדי שיעבוד למשל
* $\phi\cdot x=\phi$, $\varepsilon\cdot x=x$, $\varepsilon\notin\Sigma$, המילה המינימלית של Σ^* היא ε , $\phi^*=\varepsilon$, $\bar{\Sigma}^*=\phi$, $a^+ \Leftrightarrow a\cdot a^*$ (לפחות אחד)
* אם ε בשפה אז המצב ההתחלתי הוא מצב מקבל. אם $L=\{\varepsilon\}$ אז מתקיים $L=L^*$.
* בסופלי יכולים להיות מעברי ε, אין מצב בור, מספיק שקיים מסלול שבו מילה מתקבלת אז היא בשפה ולא חייב להתייחס לכל אחת מאותיות הקלט.
* אוטומט הנבנה עם אלגוריתם למעבר מסופלי לדטר', יש $2^{\text{מס' המצבים}}$, כאשר המצבים המקבלים הם כל המצבים שמכילים מצב מקבל בסופלי. באוטומט המינימלי אין מצבים שקולים.
  - מס' המצבים באוטומט המינימלי = מס' מחלקות השקילות של המילים.
  - באוטומט לא מינימלי מס' המצבים ≥ מס' מחלקות השקילות.
* באוטומט מינימלי - אוטומט המינימלי (אין בו מצבים שקולים) - מס' המצבים = מס' מחלקות השקילות. וזה אוטומט מינימלי.
* משפט נרוד - L שפה רגולרית אמ"ם מס' מחלקות השקילות של Σ^* ביחס ל-L הוא סופי.
* אלגוריתם למציאת מחלקות שקילות - 1) מפרידים למצבים מקבלים ולא מקבלים (ε מפרידה ביניהם). 2) משווים בין כל זוג מצבים ובודקים אם יש אות/מילה שמפרידה ביניהם. 3) ממשיכים ★ שמקבלים 2 שורות זהות או שכל מצב כבר בנפרד.
* אוטומט מחסנית הגדרה פורמלית - באוטומט מחסנית המחסנית משמשת כזיכרון מוגבל מבחינת גישה.

אוטומט מחסנית הוא שישיה $(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,F)$, כאשר:

Q קבוצת המצבים, δ פונק' המעברים
Σ אלפבית הקלט, q_0 המצב ההתחלתי
Γ אלפבית המחסנית, F קבוצת המצבים המקבלים

$q_i \xrightarrow{a,b\to c} q_j$ (קלט, מוציאים, מכניסים)
a האות שקוראים כרגע בקלט
b האות שמוציאים מראש המחסנית
c מה שדוחפים למחסנית במקום b.

* $a,\varepsilon\to b$ דוחפים את b למחסנית מבלי להוציא שום דבר
* $a,b\to\varepsilon$ מוציאים את b מהמחסנית מבלי להכניס קלט במקום

- יש כמה סוגי קבלה: 1) עם ריקון 2) עם מצבים מקבלים 3) עם שניהם
- בשאלות הגדרה של אוטומט מחסנית $\delta(q_0,a,A)=\{(q_0,A)\}$
- כדי להפוך אוטומט מחסנית לא דטרמיניסטי שמקבל שפה באמצעות של מצבים מקבלים לאוטומט שלב ריקון מוסיף מעבר ε מכל המצבים המקבלים למצב חדש שמרוקן את המחסנית ונתקע.
- המעבר ממצב למצב באוטומט (לפי ריקון - מצבים מקבלים ונתקע) הורס את הדטרמיניסטיות ולכן האוטומט יהיה לא דטרמיניסטי.
- אוטומט מחסנית יקרא דטרמיניסטי אם לכל מילה יש מקסימום מסלול ריצה אחד על המילה.

* לשפות חה"ק אין לעשות אוטומט מכפלה. ניתן לעשות רק בין שפה חה"ק לשפה רגולרית ($L\cap R$ = שפה חה"ק).
* הגדרת אוטומט - $A=(Q,\Sigma,q_0,\delta,F)$

A אוטומט, $q_0\in Q$ מצב התחלתי
Q קבוצה סופית של מצבים, $\delta: Q\times\Sigma\to Q$ פונק' מעברים
Σ א"ב קלט, $F\subseteq Q$ קבוצת מצבים מקבלים

* דקדוק רב משמעי - קיימת מילה שיש לה יותר מעץ גזירה אחד. * שפה רב משמעית - יש לכל מילה יש [illegible] גזירה שונים.
* איך עוברים מאוטומט לא דטרמיניסטי לאוטומט דטרמיניסטי - ע"י אוטומט החזקה.
* איך עוברים מאוטומט סופי דטרמיניסטי לביטוי רגולרי - ע"י השמטת מצבים והצבת ביטויים רגולריים על חצי האוטומט.

* דוגמא לשימוש בנרוד: השפה $\{w \bmod 3=2,\ \#_0(w)+1=\#_2(w)\}$

$\Sigma=\{0,1,2\}$ $\{2^n\}$

$2^{3i}\boxed{20^{3i}1} \in L$ $2^{3j}\boxed{20^{3i}1} \notin L$

השפה a^nb^n — $\{a^n\}$ מחלקות שקילות $i\neq j$
זכו השפה לא רגולרית כי יש אינסוף מחלקות שקילות.
$a^ib^i \in L$ $a^jb^i \notin L$

* השפה $\{a^{2n}b^ka^n\}$ חה"ק
* השפה $L=\{uv \mid u\in\{a\}^*, v\in\{a,b\}^*, |u|\ge|v|\}$ רגולרית
* השפה $L=\{w \mid \#_a(w)=\#_b(w)=\#_c(w)\}$ שפה לא חה"ק
* השפה $\{a^p \mid p \text{ ראשוני}\}$ אינה חה"ק
* השפה $L=\{1^a2^b3^c4^d \mid a+b=c+d \text{ or } a+d=b+c\}$ חה"ק
* השפות הרגולריות סגורות תחת drop char, prefix, XOR

* שאלה: באוטומט סופלי יש 5 מצבים מתוכם 2 מקבלים. כמה המצבים המקבלים באוטומט החזקה המלא?
$2^5=32$:מס' מצבים $2^3=8$:מס' המצבים הלא מקבלים
$32-8=24$ מס' המצבים המקבלים.

דוגמה לשימוש בלמת הניפוח לשפות רגולריות!
EX: כי השפה $\{L=xx \mid x\in\{a,b\}^*\}$ אינה רגולרית
נניח בשלילה כי L רגולרית ויהי n הקבוע שקיים מהלמה. נבחר: $z=a^nba^nb$
ברור כי $z\in L$ ו-$|z|>n$ יהי $uvw=z$ כמתואר בלמה.
כיוון ש-$|uv|\le n$ ו-$|v|\ge 1$: $z_0=uv^0w=a^{n-|v|}ba^nb\notin L$

* יהי מס' הכולל של 6 מצבים שמתוכם 3 מקבלים תהי L שפה המכילה את המילים שיש בהן לכל היותר מסלול אחד של מצב מקבל ולכל היותר מסלול אחד של מצב לא מקבל. A אוטומט החזקה. כמה המצבים המקבלים?
$1+3+3=7$
$3+1=4$
$7\times4=28$

אוטומטים - עובדות

* לכל שפה רגולרית L קיים אוטומט A המקבל את L, כך שב-A אין אף מעבר שנכנס למצב ההתחלתי. - נכון מהכרח.
* תהי L_1 שפה רגולרית, L_2 שפה חח"ע שאינה רגולרית, L_3 שפה חסרת הקשר (לא חח"ע). מה ניתן להסיק לגבי השפה $L = L_1 \cup L_2 \cup L_3$
- L עשויה להיות רגולרית.
* תהי L שפה חסרת הקשר. מה ניתן לומר על $\bar{L}$?
- $\bar{L}$ יכולה להיות מכל אחד מהסוגים: רגולרית או חסרת הקשר לא רגולרית או לא חסרת הקשר.
* לכל שפה רגולרית יש לפחות מחלקת שקילות אחת שהיא אינסופית - נכון מהכרח.
* תהי $L=\{a^n b^m a^k b^s \mid n=k \text{ or } m=s, n,m,k,s\geq 0\}$ מה נכון לגבי השפה L?
- L מקיימת את למת הניפוח לשפות חח"ע, אך אינה מקיימת את הלמה לשפות רגולריות.
* נתונה השפה $L=\{a^i b^i c^i \mid i\geq 0\}$. איזה מבין הטענות הבאות נכונה?
- לשפה L יש יותר ממחלקת שקילות אינסופית אחת.
- לשפה L יש יותר ממחלקת שקילות סופית אחת.
* אם L היא שפה שאינה רגולרית, F היא שפה סופית, אזי: $L \cup F$ היא שפה לא רגולרית.
* לכל שפה רגולרית יש דקדוק לא רגולרי.
* קיימת שפה חסרת הקשר שיש לה דקדוק לינארי ימני.
* קיימת שפה שיש לה גם אוטומט מחסנית דטרמיניסטי, וגם אוטומט שהוא לא דטרמיניסטי.
* נתון ש- L_1, L_2 שפות רגולריות. איזו טענה נכונה?
- שתי השפות L_1 ו-L_2 עשויות להיות לא חסרות הקשר.
* טענה: אם קיים אוטומט מחסנית לא דטרמיניסטי שמקבל שפה L במודל של מצב מקבל אז קיים אוטומט מחסנית לא דטרמיניסטי שמקבל את L במודל של ריקון מחסנית.
התשובה: נכון גם הפוך ובאוטומט לא דטרמיניסטי בלבד!
* באמצעות אוטומט מכפלה ניתן להוכיח: כאשר R_1,R_2 שפות רגולריות, L_1,L_2 שפות חסרות הקשר. $R_1 \cup R_2$ שפה רגולרית, $L_1 \cap R_1$ שפה חסרת הקשר, $L_1 - R_1$ שפה חסרת הקשר ($\equiv L_1 \cap \bar{R_1}$).
* היתרונות של האוטומטים הסופיים הלא דטרמיניסטיים על פני הדטרמיניסטיים:
- לעיתים קרובות קל יותר לבנותם. - ניתן להוכיח בעזרתם בקלות תכונות סגירות.
* טענה: אם באוטומט הלא דטרמיניסטי יש n מצבים אז באוטומט הדטרמיניסטי יש מקסימום 2^n מצבים
* השפה $L_1 \cup L_2$ חח"ע ו-L_1 שפה סופית גורר L_2 חח"ע - טענה נכונה $L_2=((L_1\cup L_2)\cap \bar{L_1})\cup(L_1\cap L_2)$
* השפה $a^n b^n$ לא רגולרית, אבל חסרת הקשר. המשלים של השפה (במקרה) גם חח"ע.
* טענה: אם שפה היא רגולרית אז בהכרח קיים דקדוק לינארי שמאלי שיוצר אותה.
* שפה נוצרת ע"י דקדוק לינארי ימני אם"ם היא נוצרת ע"י דקדוק לינארי שמאלי.
* טענה: אוטומט מינימלי ≥ אוטומט מינימלי במס' המצבים.
* לכל אוטומט עם מעגל ε בעל n מצבים קיים אוטומט שמקבל את L שיש בו 2^n מצבים.
* תהי L שפה שאינה רגולרית אז יתכן כי כל אחת ממחלקות השקילות של השפה הנ"ל סופית.
* אם השפה לא רגולרית אז בהכרח מס' מחלקות השקילות של השפה הנ"ל אינסופי.

אוטומטים - מסקנות

* נתונה שפה L חח (חסרת הקשר) ושפה R שלא ידוע עליה דבר. ידוע כי החיתוך של 2 השפות נותן שפה חח. מה ניתן לומר על השפה R?
- עשויה להיות לא חח.

* נתונה שפה חח ונתונה שפה נוספת R אשר לא ידוע עליה דבר. ידוע כי החיתוך בין שני השפות נותן שפה שאינה חח. מה ניתן לומר על השפה R?
- בהכרח אינה רגולרית.

* יהי A אס"ד מינימלי עבור שפה L ובו n מצבים. ידוע כי n הוא מס' זוגי. מה נכון?
- בשפה L קיימות מילים שאורכן קטן מ-n.

* אילו מהפעולות הבאות סגורות גם השפות הסופיות וגם השפות חסרות ההקשר?
- לאיחוד, לשרשור ולהיפוך.

* תהי L שפה שיש לה דקדוק חסר הקשר. אלו טענות נכונות?
- יתכן כי קיים אוטומט מחסנית דטרמיניסטי המקבל את L.
- יתכן כי קיים אוטומט מחסנית אי דטרמיניסטי המקבל את L.

* נתון כי שרשור של שתי שפות מסוימות נותן שפה שאינה רגולרית. מה ניתן לומר על שתי שפות אלה?
- לפחות אחת משתי השפות אינה רגולרית.

* תהיינה $M = \{a^n b^m c^{2m} \mid m,n \ge 0\}$ ו-$L = \{a^n b^{2n} c^m \mid n,m \ge 0\}$. איזה טענה נכונה?
- שתי השפות M, L הן חסרות הקשר, אך השפה $M \cap L$ איננה חסרת הקשר.

* נתונה השפה הבאה: $L = a^*b^*c^* - \{a^n b^n c^n \mid n \ge 0\}$. איזה טענה נכונה?
- השפה חסרת הקשר אך אינה רגולרית. היא איננה מקיימת את למת הניפוח לשפות רגולריות. ניתן להוכיח זאת ע"י ניפוח המילה $a^n b^{n+n!} c^{n+n!}$

* נתונה השפה $L = \{a^{2^n} \mid n \ge 0\}$ ונסמן $M = \overline{L}^*$. איזה היגד נכון?
- L אינה חח, אך M היא סופית ולכן היא רגולרית.

* תהי S_a קבוצת השפות המכילות רק מילים המסתיימות ב-a. איזה טענות נכונות?
- S_a סגורה לחיתוך, לאיחוד ולשרשור.

* נתונה השפה הבאה: $L = \{a^i b^j a^{3i} b^{3j} \mid j = (i \bmod 4)\}$ איזה טענה נכונה?
- השפה מקיימת את למת הניפוח לשפות רגולריות.

* נתונה השפה הבאה: $L = \{(0^k 1^k)^k \mid k \ge 1\}$ איזו טענה נכונה?
- השפה איננה מקיימת את למת הניפוח לשפות חסרות הקשר.

* תהי שפה L שאיננה חסרת הקשר. מה ניתן להסיק לגבי השפה $\overline{L}$?
- $\overline{L}$ אינה רגולרית.

* לכל שפה רגולרית יש לפחות מחלקת שקילות אחת אינסופית.